

CONCURSUL NAȚIONAL "PEDAGOGIA MATEMATICII"
ETAPA JUDEȚEANĂ, 08.03.2025

CLASA a 10-a

SUBIECTE

Problema 1 (15 puncte)

a) Raționalizați numitorul fracției $\frac{4}{\sqrt{10}-\sqrt{2}-\sqrt{5}+1}$.b) Pentru $x = \left(\sqrt[3]{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{103}+1}$, calculați valoarea expresiei

$$P(x) = x^{\frac{1}{1+\sqrt{2}}} \cdot x^{\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}} \cdot x^{\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}} \dots \dots \cdot x^{\frac{1}{\sqrt{102}+\sqrt{103}}}.$$

c) Dacă $a=1, b=2$ calculați valoarea expresiei

$$E(a,b) = \left(a^{\frac{5}{2}} - ab^{\frac{3}{2}} + a^{\frac{3}{2}}b - b^{\frac{5}{2}}\right) : \left[\left(a^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{3}{4}}\right)\left(b^{\frac{3}{4}} - a^{\frac{3}{4}}\right)\right].$$

Problema 2 (15 puncte)

Arătați că expresia

$$A = \left(\frac{1}{\log_x 2 \cdot \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \cdot \log_x 8} + \dots + \frac{1}{\log_x 2^{2024} \cdot \log_x 2^{2025}}\right) - \frac{2024}{2025(\log_x 2)^2}$$

nu depinde de x .

Problema 3 (15 puncte)

Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_2 [3x^2 + (m+5)x + m+5]$, $m \in \mathbb{R}$. Pentru ce valori reale ale lui m funcția are domeniul de definiție $D = \mathbb{R}$?

Problema 4 (15 puncte)

Să se determine numărul real m știind că ecuațiile exponențiale $2^{x+1} - m \cdot 4^x + 3 = 0$ și $3^{x+1} + 9^x - 18 = 0$ au o soluție comună.